

Э.А. ТУРСЫНКУЛОВА^{1✉}, Р.Е. ПРАЛИЕВА²

¹М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университетінің докторанты
(Қазақстан, Шымкент қ.), e-mail: etursynkulova@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0002-9431-9340>

²Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің аға оқытушысы
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: rabiga.pralieva@ayu.edu.kz

МЕКТЕП ГЕОМЕТРИЯ КУРСЫНДА САЛУ ЕСЕПТЕРІН ОҚЫТУДЫҢ ӘДІСТЕМЕЛІК ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Аңдатпа. Салуға берілген есептер – геометрия курсының негізгі материалдарының бірі. Геометрия курсындағы салу есептері теориялық материалды оқытуда үлкен маңызға ие, өйткені олар оқушыларға геометриялық образдар арасындағы қатынастарды терең түсінуге мүмкіндік береді. Анықтамаларды тұжырымдау, теоремаларды дәлелдеу кезінде, мүмкін болған жағдайда, геометриялық салуларды қолдану – бүкіл сыныптың белсенділігін арттырып, материалды игерудің саналылығы мен беріктігін қамтамасыз етеді.

Салу есептерін шығару үдерісінде оқушылардың кеңістіктік түсініктері мен конструктивтік дағдылары дамиды, яғни қандай да бір берілген элементтері бойынша ізделінді геометриялық фигураны салу жолдарын жан-жақты талқылай отырып, осы фигураны салу бойынша ойша конструктивті операциялар жүргізе алу дағдылары қалыптасады. Сондай-ақ, әрбір есептің шығарылуы геометриялық фигураларды салумен қатар, оны алдын-ала талдау, есеп шешімінің дұрыстығын дәлелдеу және шешімін зерттеу кезеңдерінен тұратындықтан, оқушылардың білімдерін жүйелеу мен тиянақтауда үлкен рөл атқарады.

Дегенмен, мектепте геометрия курсы оқытуда салу есептерін оқытудың қажеттілігі мен оның оқу-әдістемелік әдебиеттер, дидактикалық материалдар, қолданбалы ақпараттық ресурстар және т.б. жеткіліксіз қамтамасыз етілуі арасында қарама-қайшылықтың болуы, геометриялық салу есептерін оқыту мәселесінің өзектілігін анықтайды.

Бұл мақалада планиметрия курсындағы салу есептерін оқыту үдерісінде кездесетін мәселелерді анықтай отырып, оларды шешудің ғылыми-әдістемелік ұсыныстары берілген.

Кілт сөздер: мектеп геометриясы, геометрияны оқыту әдістемесі, салу есептерін шығару әдістері, есеп шығару кезеңдері.

Е.А. Tursynkulova¹, R.E. Praliyeva²

¹PhD Doctoral Student of M. Auezov South-Kazakhstan University
(Kazakhstan, Shymkent), e-mail: etursynkulova@mail.ru

²Senior Lecturer of Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University
(Kazakhstan, Turkistan), e-mail: rabiga.pralieva@ayu.edu.kz

*Бізге дұрыс сілтеме жасаңыз:

Турсынкулова Э.А., Пралиева Р.Е. Мектеп геометрия курсына салу есептерін оқытудың әдістемелік ерекшеліктері // *Ясауи университетінің хабаршысы*. – 2022. – №2 (124). – Б. 266–278.
<https://doi.org/10.47526/2022-2/2664-0686.22>

*Cite us correctly:

Tursynkulova E.A., Praliyeva R.E. Mektep geometriia kursynda salu esepтерin oqytudyn adistemelik erekshelikleri [Methodological Features of Teaching Construction Tasks in the Course of School Geometry] // *Iasauı universitetinin habarshysy*. – 2022. – №2 (124). – B. 266–278.
<https://doi.org/10.47526/2022-2/2664-0686.22>

Methodological Features of Teaching Construction Tasks in the Course of School Geometry

Abstract. Construction tasks are one of the main materials of the geometry course. Construction tasks in a geometry course are of great importance when teaching theoretical material, as they allow students to better understand the relationship between geometric shapes. The formulation of definitions, the use, if possible, of geometric constructions in proving theorems - increases the activity of the whole class and ensures the awareness and strength of the material.

In the process of solving construction problems, students develop spatial representations and constructive skills, that is, the ability to perform mental and constructive operations to construct a given figure, with a detailed discussion of how to construct a geometric figure sought for certain elements. In addition, the solution of each problem, in addition to constructing geometric shapes, plays an important role in the systematization and consolidation of students' knowledge, as it consists of the stages of preliminary analysis, proof of the solution of the problem and research of the solution.

However, the need to teach construction tasks when teaching geometry at school and its educational and methodological literature, didactic materials, applied information resources, etc. The presence of contradictions between insufficient support determines the relevance of the problem of teaching geometric construction tasks.

This article provides scientific and methodological recommendations for solving problems, identifying problems that arise in the process of teaching construction tasks in the course of planimetry.

Keywords: school geometry, methods of teaching geometry, methods for solving building problems, stages of problem solving.

Э.А. Турсынкулова¹, Р.Е. Пралиева²

*¹докторант Южно-Казахстанского университета имени М. Ауезова
(Казахстан, г. Шымкент), e-mail: etursynkulova@mail.ru*

*²старший преподаватель Международного казахско-турецкого университета
имени Ходжи Ахмеда Ясави
(Казахстан, г. Туркестан), e-mail: rabiga.pralieva@ayu.edu.kz*

Методические особенности преподавания задач на построение в курсе школьной геометрии

Аннотация. Задачи на построение являются одним из основных материалов курса геометрии. Задачи на построение в курсе геометрии имеют большое значение при преподавании теоретического материала, так как позволяют учащимся глубже понять взаимосвязь между геометрическими фигурами. Формулировка определений, использование по возможности геометрических построений при доказательстве теорем – повышает активность всего класса и обеспечивает осознанность и прочность материала.

В процессе решения задач на построение у учащихся вырабатываются пространственные представления и конструктивные умения, то есть умение производить мысленно-конструктивные операции по построению данной фигуры, с подробным обсуждением способов построения искомой для тех или иных элементов геометрической фигуры. Кроме того, решение каждой задачи, помимо построения геометрических фигур, играет важную роль в систематизации и закреплении знаний учащихся, так как состоит из этапов предварительного анализа, доказательства решения задачи и исследования решения.

Однако необходимость преподавания задач построения при обучении геометрии в школе и ее учебно-методической литературы, дидактических материалов, прикладных информационных ресурсов и др., наличие противоречий между недостаточным

обеспечением определяет актуальность проблемы обучения задачам геометрического построения.

В данной статье даны научно-методические рекомендации по решению задач, выявлению проблем, возникающих в процессе обучения задач на построение в курсе планиметрии.

Ключевые слова: школьная геометрия, методика обучения геометрии, методы решения задач на построение, этапы решения задач.

Кіріспе

Жаңартылған білім мазмұнындағы геометриялық білім берудің негізгі міндеті – оқытудың заманауи әдістерін қолдану негізінде, оқушылардың жеке қабілеттері мен икемділіктеріне сәйкес әрбір оқушының математикалық зияткерлігін, шығармашылық қабілеттерін дамытуға, математиканың қазіргі замандағы алатын орны мен рөлі туралы түсінігін қалыптастыруға бағыттап ұйымдастыру болып табылады. Геометрия курсы – аксиоматикалық негізде құрылған, ұғымдары өзара тығыз логикалық байланыста болатындығымен ерекшеленетін пән. Геометрияның мектептегі математикалық білім беруде маңыздылығы жоғары, геометриялық білім оқушылардың кеңістіктік елестету қабілеттерін қалыптастырып, ең алдымен логикалық ойлау, алгоритмдік ойлау, конструктивтілік, сын тұрғысынан ойлау қабілеттерін де дамытады. Математикалық қабілеттерін дамытуда конструктивті геометрияның оқыту үдерісінде алатын орны ерекше. Конструктивті геометрияның негізгі түсінігі геометриялық фигураларды салу, ол салу есептері арқылы іске асырылады. Салу есептері сызу құралдары көмегімен орындалады. Фигураны салу мен есеп шешілді деуге болмайды. Есепті шешу үшін есептің мазмұнын мұқият түсініп, берілген және салынатын фигуралардың арасындағы байланысты ескере отырып, фигураны қалай салуға болатынын біліп алу керек. Б.з.д. IV ғасырдың өзінде-ақ ежелгі грек геометрлері біз қазіргі кезге дейін пайдаланатын салу есептерін шығарудың жалпы схемасын құрастырған. Салу есептерін шығару үдерісі 4 кезеңге бөлінеді: талдау, салу, дәлелдеу және зерттеу. Бірақ әрбір есепті шығару кезінде бұл сызбаны пайдалану міндетті емес. Алайда бұл схема оқушылардың ой қорытуларын мақсатты бағыттауға мүмкіндік береді.

Зерттеу әдістері

Зерттеу мақсаты мен міндеттеріне сәйкес әртүрлі ғылыми-педагогикалық зерттеу әдістері қолданылды. Ғылыми-әдістемелік тұрғыдан геометриялық салу есептерін оқыту бойынша әдістемелік әдебиеттер мен мектеп оқулықтарына талдау жасалынды, мектеп математика мұғалімдері мен оқушылардан сауалнама алынды, әңгіме-сұхбат жүргізілді, оқу үдерісіне педагогикалық бақылау мен диагностика жасалды. Өзіміздің ұсынған әдістердің тиімділігін тексеру мақсатында педагогикалық эксперимент жұмыстары жүргізілді. Ғылыми әдебиеттерге шолу жасалынды, тәжірибелі ғалым педагогтардың еңбектерінен мәліметтер алынып, мақаланың мазмұны толықтырылды.

Талдау мен нәтижелер

Көптеген ғалымдар мен педагог-математиктер (А.П. Киселев, А.Д. Александров, Л.С. Атанасян, А.В. Погорелов, Н.М. Бескин, В.А. Гусев және т.б.) геометрияның мектеп пен ЖОО-ның оқу пәні ретінде қалыптасуына маңызды үлес қосты. Олардың геометрияны оқытудағы идеялары мен көзқарастары бүгінгі күнге дейін өзекті болып табылады.

Геометрия салу есептерін шешудің теориясымен және әдістерімен шұғылданған көптеген математиктердің еңбектері мен кітаптары жарық көрген. Олардың қатарына Александров А.Д., Четверухин Н.Ф., Стражевский А.А., Мазаник А.А., Рахымбек Д., Мадияров Н.К., Кенеш Ә.С. және т.б. көптеген авторлардың кітаптары мен мақалалары

кіреді. Бұл кітаптар мен мақалалар геометриялық салу есептерін шығаруды оқытуда мұғалімнің басты көмекші құралы болып табылады, яғни мұғалім бұл еңбектерден құнды мәліметтер таба алады. Мысалы: Стражевский А.А. кітабында, автор нүктелердің геометриялық орны есептерін шешудің әдістеріне, оқыту әдістемесіне жан-жақты талдау жасаған. Рахымбек Д., Мадияров Н.К. авторлығындағы «Геометриялық салу есептері» оқу құралында – жазықтықтағы және кеңістіктегі салу есептерін шығарудың теориялық негіздері мен әдістері баяндалған. Бұл еңбектер геометрия курсындағы салу есептерін шығару туралы құнды еңбектердің бірі болып табылады.

Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2018 жылғы 24 шілдедегі №460 қаулысымен бекітілген Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2016–2019 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасын сәйкес, орта білім беру жүйесі жаңартылған білім беру мазмұнына көшті [1, 2]. Жаңартылған мазмұндағы мемлекеттік жалпыға міндетті орта білім берудің (бастауыш, негізгі орта, жалпы орта білім беру) стандарттары, оқу бағдарламалары оқушылардың функционалдық сауаттылығының бұрынғымен салыстырғанда жоғарғы деңгейін қалыптастыруды және дамытуды көздейді [3].

«Геометрия» оқу пәнінің 2013 жылғы қолданыстағы және 2017 жылғы жаңартылған мазмұндағы оқу бағдарламаларының білім мазмұнын салыстырмалы талдаулар жасау негізінде жаңартылған білім мазмұнында түбегейлі өзгерістер болмаса да, толықтырулар енгізілгені анықталды. Негізгі орта білім беру деңгейінің 7–9-сыныптарда «Геометрия» пәнін оқытуда пәннің практикалық бағыттылығы күшейтілген. Жалпы білім беретін орта мектепке арналған математика бағдарламасы бойынша V–VI сыныптарда сызғыш, бұрыштама, транспортир, циркуль құралдарымен танысу, берілген өлшемдегі кесінді мен бұрыштарды салу, түзуге перпендикуляр жүргізу, параллель түзу жүргізу, VII–IX сыныптарда циркуль мен сызғыш көмегімен қарапайым салу есептерін шығару, X–XI сыныптарда кеңістіктегі салулар берілген.

7–9-сыныптардағы геометрия курсы оқу барысында оқушылардың бойында жазықтықтағы геометриялық фигуралар туралы білімдері қалыптасып, тереңдетіледі және жүйеленеді; есептеуге, дәлелдеуге және салуға арналған геометриялық есептерді шешу біліктігі мен дағдылары қалыптасады және дамиды; жазықтықтағы түрлендірулер арқылы алынған жазық фигуралардың бейнелерін салу біліктігі қалыптасады және дамиды; логикалық және бейнелік ойлауы дамиды [4].

Салу есептерін шығару оқушылардың конструктивтік ойлауын және шығармашылық қабілеттерін дамытудың маңызды құралы болып табылады. Салуға берілген кез келген есепті шығаруда, оқушылар мыналарды анықтап алуы керек:

- 1) берілген элементтер мен олардың сипаттамаларын (есептің шартын);
- 2) ізделінді фигураны салуды (есепті шығаруды) орындауға қажетті құралдарды;
- 3) есеп шартын қанағаттандыратын ізделінді фигураны (немесе олардың жиынтығын).

Мектеп геометрия курсына геометриялық салуларды оқыту екі негізгі функцияны атқарады. Салу есептерін шығару, оқушылардың конструктивтік дағдыларын қалыптастыруды және фигуралар мен олардың қасиеттерін қолдануға негізделген геометриялық білімді дамытады. Қазіргі қолданыстағы Ә.Н. Шыныбеков пен В.А. Смирновтың оқулықтарында IV тарауда «Шеңбер және салу есептері» деп берілген. Геометриялық салулардың негізгі тірек есептері оқулықтарда «қарапайым салу есептері» деп аталған.

Ә.Н. Шыныбеков пен В.А. Смирновтың оқулықтарында қарапайым ұғымы бірінші мағынасында алынған, есептер деңгей бойынша «А» тобында 22 есеп, «В» тобында 16 есеп, «С» тобында 4 есеп берілген. Яғни, салу есептерін оқыту үдерісіндегі оқу материалының күрделілігі, қажетті ақпарат көлемінің ауқымдылығы мен геометрия пәнінде осы тақырыпқа берілген сағат саны аз берілуіне байланысты оқушылар өз беттерімен салу есептерін орындауда қиыншылықтарға кездеседі [5, 72-б.; 6].

Бұл мақалада геометрияны оқыту үдерісінде оқушылардың практикалық біліктілігін қалыптастыру, салу есептер шығару жолдарын айқындау және оларды қолданудың әдістемелік ерекшеліктерін қарастырамыз.

1. Салу есебін шығару әдісін таңдау. Геометриялық салу есептері – геометрияның тәуелсіз бөлек тарауы емес, сондықтан біз салу есептерін геометрияның негізгі теориялық курсының мазмұнымен тығыз байланыста қарастырамыз және олар оқушылардың нақты геометриялық түсініктерін қалыптастыру құралы болып табылады. Яғни, конструктивті есептерді шығару әдістері, осы әдістердің негізін құраушы (нүктелердің геометриялық орындары, осьтік және центрлік симметрия, параллель көшіру, бұру, ұқсас түрлендіру) сәйкес геометриялық ұғымдарды практикада қолдануға үйретудің құралдарының бірі болады. Бұл геометрия курсына салу есептерін шығарудың арнайы әдістерін оқытудың мақсаты мен міндеттерін анықтайды.

Олай болса, планиметрия курсына салу есептерін оқытуда пән мұғалімі мына мәселелерге назар аударуы қажет:

1) Геометрия курсына салу есептерін шығару әдісінің (сәйкес геометриялық ұғымның маңыздылығына қарай) мазмұнына сәйкес, оған бөлінетін оқу сағатының көлемін нақтылау;

2) Оқу материалдарын дайындау мен ұсынуда геометриялық ұғымның қай тақырыптардан кейін оқытылатындығын ескере отырып, бірізділік пен жүйелілік қағидаттарын сақтау;

3) Сабақта оқытылатын ұғымның мазмұны мен қолданылатын әдістің мәнін нақты ашатын жаттығулар ұсыну.

Салу есептерін оқыту барысында оқушыларды әдістермен таныстырып және берілген есептерді сол әдістердің қайсысымен шығаруға болатынын анықтауды үйрету керек. Ол үшін қандай да бір әдіспен шығарылатын есептердің өзіндік белгілерін ажырата білу қажет. Бұл белгілер әдістің мазмұнымен анықталады.

Егер берілген есеп шартын екі бөлікке бөлуге, яғни бірі фигура формасын ұқсастыққа дейінгі дәлдікте анықтайтын, ал екінші бөлігі фигура өлшемдерін анықтайтын болса, онда бұл есеп ұқсас түрлендіру әдісімен шығарылады.

Сол сияқты геометриялық орындар әдісі, салу есебі шартының бір бөлігі бір геометриялық фигураны, екінші бөлігі екінші фигураны анықтап, ал олардың қиылысуы ізделінді нүкте (фигура) болатын есептерді шығаруда пайдаланылады.

Параллель көшіру әдісімен көбіне, талдау кезеңінде ізделінді фигураны салуға мүмкіндік беретін, берілген элементтер арасындағы тәуелділікті табу қиын болатын есептер (берілген элементтер бір-бірінен алыстатылған) шығарылады; яғни фигураны толығымен немесе оның белгілі бір бөлігін қандай да бір бағытта белгілі бір қашықтыққа параллель көшіретін болсақ, онда салу оңай болатын қосымша фигураны аламыз. Көшірудің бағыты мен қашықтығы көмекші фигураға берілгендердің көп бөлігі кіретіндей етіп анықталады.

Өстік немесе центрлік симметрия әдісімен шығарылатын есептердің ортақ белгілерін көрсету қиынға соғады. Күрделі есептерді шығару кезінде есеп шартында сынық сызықтың бөліктерінің қосындысы немесе айырмасы бар болғанда сынық сызықтарды түзу сызықтарға түзулейтін осьтік симметрия әдісі қолданылады.

Есеп шартында берілген фигура элементтерінің бөліктерінің осьтік симметриясы болып табылатын түзу көрсетілген жағдайда осьтік симметрия әдісін пайдаланған тиімді деп нұсқау беруге болады. Мұндай түзуді берілген фигураның қасиеттері бойынша оңай анықтауға болады. Егер есеп берілгендерінің бір бөлігі қандай да бір түзудің бір жағында, ал қалған бөлігі екінші жағында орналасатын есептерді осы әдіспен шығару ыңғайлы болады. Центрлік симметрия әдісін, есеп шартындағы қандай да бір нүкте ізделінді фигураның немесе қандай да бір көмекші фигураның центрі болып келген жағдайда пайдаланған тиімді.

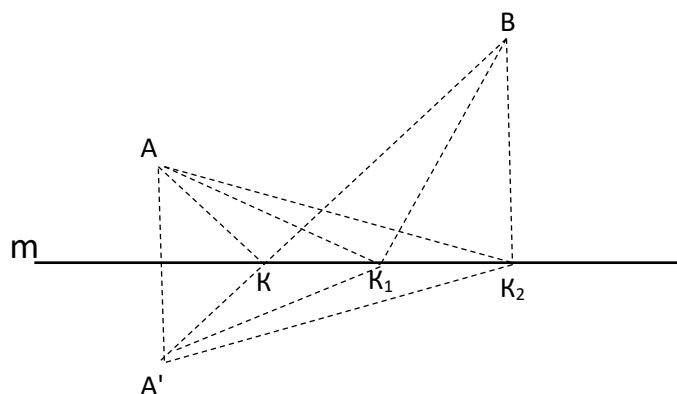
Ә.Н. Шыныбековтың 9-сынып «Геометрия» оқулығындағы 2-бөлім «Жазықтықтағы түрлендіру» тарауының «Өстік симметрия» тақырыбына берілген 2.23-есепінің шығарылу жолы көрсетілді [5, 79-б.].

2.23. A және B нүктелері m түзуінің бір жағында орналасқан. $AK+AB$ қосындысы ең кіші мән қабылдайтындай етіп, m түзуі бойынан K нүктесін белгілеңдер.

Талдау. Ізделінді K нүктесі табылды деп есептеп, оны m түзуінің бойынан кез-келген жерінен белгілеп аламыз. K нүктесін A және B нүктелерімен кесінділермен қосып, алынған үш жағдайға жеке-жеке тоқталамыз.

Салу. $K(K_1, K_2)$ нүктесі m түзуінде жататын кез-келген нүкте болсын. A' нүктесі m түзуіне қарағанда A нүктесіне симметриялы нүкте болса, $A'K=AK$ болады және $AK+KB=AK+KB$ теңдігі орындалады (1-сурет). $AK+KB$ мәні ең кіші болу үшін $A'K+KB$ ең кіші болуы қажетті және жеткілікті. $A'K+KB$ қосындысының мәні ең кіші болу үшін K нүктесі $A'B$ түзуіне тиісті болуы керек. Демек, ізделінді K нүктесі m түзуінің $A'B$ түзуімен қиылысу нүктесі болады.

Осы шарттардан соң K нүктесін табу үшін берілген екі нүктенің біреуіне m өсіне симметриялы нүктесі табылып, оны берілген екінші нүктемен қосып, алынған кесіндінің m түзуімен қиылысатын нүктесі табылса жеткілікті.



1-сурет – 2.23-есептің сызбасы

Салу есептерін шығару әдістерін оқыту кезінде олардың сол әдісті сипаттайтын осындай ерекшеліктерін атап көрсеткен дұрыс. Мысалы, сыныпта ұқсас түрлендіру әдісіне есеп шығару кезінде немесе үй тапсырмаларын талдау барысында оқушыларға мынадай сұрақтар қоюға болады: есеп шартында фигураны ұқсастық дәлдікке дейін не анықтайды? Ізделінді фигураның өлшемін не анықтайды? Осыған ұқсас жұмыстар басқа да әдістерді оқып-үйрену барысында жүргізіледі.

2. Есептерді бірнеше әдіспен шығару мүмкіндігі. Мысалы, «ДиAGONALІ мен қабырғасының қосындысы бойынша квадрат салу» есебін жалпы сызба бойынша нақты бір әдісті пайдаланбай шығаруға, сондай-ақ геометриялық орындар әдісін, ұқсас түрлендіру әдісін және алгебралық әдісті пайдалана отырып шығаруға болады. Мұндай есептер қайталау кезінде, яғни есептерді әртүрлі әдістермен шығару және оның ішіндегі ең тиімдісін анықтауда пайдалы. Ал нақты бір әдісті оқып-үйрену кезінде керісінше осы әдіспен ғана шығатын, басқа әдістермен шығару өте қиын немесе тіпті мүмкін болмайтын есептерді таңдаған дұрыс.

VIII сыныпта оқу жылының соңында оқушыларға мынадай есеп ұсынылды: «Екі бұрышы және сырттай сызылған шеңбердің радиусы бойынша үшбұрыш салу». Екі бұрышы ұқсастық дәлігіне дейін үшбұрышты анықтаса, ал сырттай сызылған шеңбердің радиусы үшбұрыштың өлшемін анықтайтын болғандықтан, оқушылар, бұл есепті ұқсас түрлендіру

әдісімен шығарды. Жүргізілген эксперимент барысында оқушылардың ешқайсысы оны басқа әдіспен шығарған жоқ. IX сынып оқушыларына осы есепті ұсынып көргенде, есеп шартын талдай отырып, оларда ұқсас түрлендіру әдісін таңдады. Ешкім де есеп берілгендерін талдай отырып, қосымша сызба орындамады. Бұл мысалдар есеп шартында оқытылып отырған әдістің белгілері анық өрнектелсе, басқа шешімдерді қабылдайтын есептің әдісін түсіндіру мүмкіндігін де көрсетеді. Мысалы, мына есептің шартында ұқсастық әдісімен шығарылатын белгілер айқын көрінеді: «екі бұрышы мен периметрі бойынша үшбұрыш салу» есебінде, екі бұрышы үшбұрыш формасын, ал периметрі – оның өлшемдерін береді. Дегенмен, бұл есепті ұқсастық әдісінен басқа «көмекші үшбұрыш», «түзулеу», «бұру», «геометриялық орындар» әдістерімен де шығаруға болады. Бірақ оқушылар көп жағдайда сол кездегі өткен тақырыпта айтылған әдіспен шығаруға әрекеттенеді [7].

Осылайша, шығару тәсілін таңдауға қазір оқытылып жатқан материал мен салу есептерін шығаруда алған білімдер ықпал етеді. Әрине, уақыт өтуімен оқушылар материалды ұмытады, дағдылары ұмытылады, алайда бұл материал қаншалықты жақсы меңгерілсе және дағдылар қаншалықты мықты қалыптасса, соншалықты оқушылар жадында ұзақ сақталатын болады.

3. Көмекші сызба салу. Салу есептерін әртүрлі әдістермен шығару кезінде жалпы сызбаны қолдану өзгереді. Бірінші кезекте берілген есеп қай әдіспен шығарылатындығы анықталады. Мұндай талдаудан кейін көмекші сызбаны салу әрқашан қажет бола бермейді. Егер, мысалы есептерді «параллель көшіру» әдісімен шығарғанда сызба қай фигураларды, қай бағытта және қандай қашықтыққа көшіру қажет екендігін анықтауға көмектесетін болса, қарапайым есептерді «ұқсастық» немесе «геометриялық орындар» әдісімен шешу кезінде есеп шартында сәйкес әдістің белгілері айқын өрнектелген кезде қосымша сызбаны салу барлық уақытта міндетті емес [8, 34-б., 9]. Мысалдар келтірейік:

1) Бір қабырғасына іргелес екі бұрышы мен қалған екі қабырғасының айырмасы бойынша үшбұрыш салу.

Екі бұрыш үшбұрыштың пішінін, ал екі қабырғасының айырымы – оның өлшемдерін анықтайды, яғни есепті ұқсастық әдісімен шығаруға болады. Үшбұрышты екі бұрышы арқылы саламыз да, сәйкес екі қабырғасының айырымын табамыз. Берілген айырымның біз тапқан айырымға қатынасы ізделінді үшбұрышты табуға мүмкіндік беретін ұқсастық коэффициентін анықтайды. Бұл есепті талдау үшін барлық берілген элементтері белгіленген көмекші сызба салсақ, басты назар берілген элементтер арасында тәуелділіктерді орнату мен сызбаны зерттеуге аударылады. Бұл жағдайда көмекші сызба күрделі шешімге алып келуі мүмкін.

2) Берілген бұрыштың қабырғаларын жанайтын және оның ішінде қабырғаларының бірін берілген нүктеде жанайтын шеңбер салу.

Ізделінді шеңберді салу үшін шеңбердің центрін анықтау жеткілікті. Ал есеп шартында бұрыш қабырғаларын жанайтын шексіз көп шеңберлер центрлерінің геометриялық орындарының, бұрыш қабырғасындағы берілген нүктеден тұрғызылған перпендикулярмен қиылысуы шеңбер центрінің орналасуын анықтайтынын көруге болады. Бұрыш қабырғаларына жанасатын шеңберлер центрлерінің геометриялық орындарын салуды орындаған соң (осы бұрыш биссектрисасы) және оның қабырғасының бірінің бойындағы берілген нүктеде жанасатын ізделінді шеңберді оңай сала аламыз.

Бұл есепті шығару жолын талдау барысында қосымша сызбаны салу, оқушыларға шығару жоспарын құруға көмектеспейді, себебі есеп шартына сәйкес келетін сызбаны салу үшін алдымен кез келген шеңбер салып, оның сыртына бұрыш салып алулары қажет, яғни қосымша салу есепті шығаруға қажет ретке кері ретпен орындалады.

4. Есептерді шығаруда ұқсас түрлендіру әдісін қолдану. Есептерді ұқсас түрлендіру әдісі немесе геометриялық орындар әдісімен шығару кезінде қосымша сызба салу қажет болмайды деп санау қате. Егер «табаны, бүйір қабырғасы мен табанына жүргізілген биіктігі

бойынша үшбұрыш салу» есебін алатын болсақ, 7 сыныптың оқушылары үшін үшбұрыштың үшінші төбесі табанынан биіктікке тең және табанының бір төбесінен оның бүйір қабырғасына тең қашықтықта жататынын көру үшін сызба сызып алу пайдалы. Ал: «Берілген шеңберді және түзуді оның берілген нүктесінде жанайтын шеңбер салу» есебін шығару кезінде оқушылар қосымша сызбасыз есеп шешімін түсінбейді [10, 75-б.].

Талдау үшін қосымша сызба қажет болатын ұқсас түрлендіру әдісімен шығарылатын есептерді көптеп келтіруге болады. Бір мысалмен шектелік: «Табаны AD, бүйір қабырғасы CD мен h биіктігі арасындағы қатынас $AD:CD:h = m:n:p$ түрінде өрнектелсе және A сүйір бұрыш пен $AC=d$ диагоналі берілген ABCD трапециясын салу» есебін ұқсас түрлендіру әдісімен шығару мүмкіндігі болғанымен, көмекші сызбасыз оқушыларға салу жоспарын құру қиын болады.

5. Талдауды салумен біріктіру. Көптеген есептерді, әсіресе геометриялық орындар әдісімен шығару кезінде талдау мен салуды бөлшектеп орындап, оларды біріктірген (үйлестірген) дұрыс. Есеп қаншалықты қиын болса, бұл жол соншалықты тиімді. Мектепте талдау мен салуды біріктіру қажеттілігін тудыратын келесі екі себепті атап көрсетуге болады.

Біріншіден, көптеген оқушыларға, солардың ішінде 7–8-сынып оқушыларына талдауды соңына дейін жеткізу қиын. Геометриялық орындардың бірін сала отырып, бірақ бұл есепті шығару үшін жеткіліксіз екендігін көріп, есеп шартын мұқият зерделеп, шарттардың қайсысы ескерілмей қалғандығын анықтайды.

Екіншіден, салудың орындалған бөлігі шығарудың жолын көрсете отырып талдауды жеңілдетеді. Мысалы: берілген шеңберді жанайтын және берілген түзуді берілген нүктеде жанайтын шеңбер салу керек болсын. Бір геометриялық орынды (берілген түзуге оның бойында берілген нүкте арқылы тұрғызылған перпендикуляр) табу оңай, бірақ әрі қарай шығарудың жолы көптеген оқушылар үшін қиындық туғызады. Сонда осы перпендикулярды салуды ұсынамыз. Сызбада ізделінді шеңбердің берілген түзумен жанасу нүктесі және центрі белгілі шеңбер бар. Изделінді шеңбердің центрі салынған перпендикулярдың бойында жатуы керек және ізделінді шеңбер берілген шеңбермен жанасып, берілген нүкте арқылы өтуі, яғни центр жанасу нүктелерінен бірдей қашықтықта болуы керек. Шеңбер бойында жанасу нүктесі белгісіз, тек оның шеңберлердің жанасу нүктесінен ізделінді шеңбер центрінен берілген шеңбер радиусының шамасына тең қашықтықта орналасқан центрі ғана белгілі. Сондықтан түзу бойындағы нүктені берілген ізделінді центрден берілген нүктеге қарағанда берілген шеңбер радиусындай қашықтықта жататын нүктемен алмастырған дұрыс. Әрі қарай есепті шығару қиындық туғызбайды [11, 182-б.].

Талдау мен салудың бірігуі арнайы әдістерді қолдануды талап етпейтін есептерді де шығаруға көмектеседі. Оқушылар есеп шартында бар берілгендерді есепті шығаруға қажетті берілгендермен сәйкестендіруге үйренеді, нәтижеде оқушыларда өз бетінше есеп шығару кезінде де дұрыс талдау жүргізу дағдысы дамиды.

Ә.Н. Шыныбековтың 9-сынып «Геометрия» оқулығынан 2-бөлім «Жазықтықтағы түрлендіру» тарауының «Паралель көшіру» тақырыбына берілген 2.39-есебінің шығарылу жолы көрсетілді.

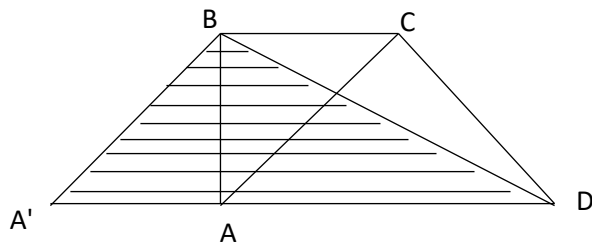
2.39. Табандары мен диагональдары бойынша трапеция салыңдар [5, 83-б., 11, 201-б.].

Талдау. Изделінді трапеция 2-суреттегі ABCD трапеция болсын дейік. Оның берілген элементтері бойынша, бірден ізделінді трапецияны салу мүмкін болмайды. Олай болса, трапецияның берілген элементтерін параллель көшіру арқылы, салуға болатын фигура алуды қарастырамыз. Яғни, AC диагоналын CB табаны арқылы параллель көшіріп, оны A'B кесіндісіне келтіреміз және BC табанын CA бағытында параллель көшіріп, A'A-кесіндісін аламыз. Пайда болған A'BD үшбұрышы көмекші фигура. Бұл үшбұрышты берілген элементтері бойынша салуға болады.

Салу.

1) $\triangle A'BD$ үшбұрышын үш қабырғасы бойынша саламыз. Мұндағы $A'B=AC$, $A'D=AA'+AD=BC+AD$ болады.

2) $\triangle A'BD$ үшбұрышынан ізделінді $ABCD$ трапециясын алу үшін, A және C төбелерін табамыз. Бұл үшін, үшбұрыштың $A'B$ қабырғасын $A'A=BC$ кесіндісі арқылы параллель көшу жеткілікті. Немесе AD табандарынан берілген BC кесіндісіне тең $A'A$ кесіндісін өлшеп салу арқылы A төбесін анықтаймыз. C төбесін анықтау үшін, B төбесін центр етіп алып $r=BC$ және A нүктесін центр етіп $r=A'B$ шеңберлерінің доғаларын саламыз. Олар C нүктесінде қиылысады.



2-сурет – 2.39-есептің сызбасы

6. Геометриялық салу есептерін шығаруда дәлелдеуді қолдану.

А) Көптеген есептерді ұқсас түрлендіру әдісімен шығару кезінде де дәлелдеулерді толық жазуды талап ету дұрыс емес.

Мысалы: екі бұрышы мен биіктігі бойынша үшбұрыш салу керек болсын. Екі бұрышы бойынша кез келген үшбұрыш салып, оған үшбұрыш төбесінен ізделінді үшбұрыштың биіктігі болып табылатын берілген кесіндіні саламыз да, үшбұрыштың биіктік түсірілген қабырғасына параллель түзу жүргіземіз. Бастапқы салынған үшбұрышты ұқсастық центрі ретінде биіктік жүргізілген төбені ала отырып, осылай ізделінді үшбұрышқа дейін түрлендіреміз. Жасалған ұқсас түрлендіру салынған үшбұрыш бұрыштарының есеп шартында берілген бұрыштарға теңдігін, ал үшбұрыш биіктігі салу бойынша берілген кесіндіге тең болатындығын қамтамасыз етеді (сондықтан да, дәлелдеуді толық жазуды қажет етпейді).

Күрделірек мысал қарастырайық: «Берілген үшбұрышқа екі төбесі табанында, ал қалған екеуі бүйір қабырғаларында жататындай етіп іштей шаршы салу қажет». Екі төбесі табанында жататын, ал бірі бүйір қабырғасында жататындай етіп көмекші шаршы салып, оны төртінші төбесі екінші бүйір қабырғасында орналасатындай етіп ұқсас түрлендіреміз. Бірақ шаршыға ұқсас кез-келген төртбұрыш – шаршы болып табылады және бұл жағдайдағы ұқсас түрлендіру шешімнің дұрыстығын қамтамасыз етеді, сондықтан оқушылардан талдау кезінде жүргізілген дәлелдеуді талап етудің қажеті жоқ.

Б) Есептерді геометриялық орындар әдісімен шығару кезінде де дәлелдеуді арнайы ерекшеленудің қажеті жоқ. Талдау кезінде ізделінді фигура қанағаттандыратын қажетті шарттарды анықтаймыз, ал дәлелдеу кезінде бұл шарттар жеткілікті болатынын көрсетеміз. Мысалы, берілген бұрыш қабырғаларынан бірдей қашықтықтағы нүктелердің геометриялық орны осы бұрыштың биссектрисасы болады, демек бұрыштың қабырғаларынан бірдей қашықтықтағы нүкте осы бұрыш биссектрисасында жатуы қажет және керісінше, егер нүкте бұрыштың биссектрисасының бойында жатса, бұл нүкте бұрыштың қабырғаларынан бірдей қашықтықта жатады деп тұжырымдауға жеткілікті екендігін түсінеміз.

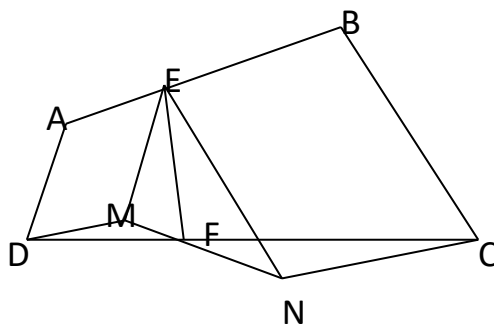
Егер алдыңғы жағдайларда дұрыс орындалған салу салынған фигураның ізделінді болатынына сенім тудыратын болса, геометриялық орындар әдісін қолдану кезінде салынған фигураның есеп шарттарының бәрін қанағаттандыруына сәйкес келуі жүргізілген талдаудың дұрыстығымен қамтамасыз етіледі. Бастапқы кезде дәлелдеуді нүктелердің геометриялық орындарының тұжырымдамасын бекіту және нүктелердің геометриялық орны түсінігінің

мәнін түсіндіру мақсатында жүргізетін болсақ, одан әрі қарай дәлелдеу орындалмауы да мүмкін.

7. Геометриялық салу есептерін шығаруда зерттеуді қолдану.

А) Арнайы әдістермен шығарылатын есептерді зерттеу кезінде қолданылатын әдістердің болмысынан шығатын кейбір ерекшеліктерді ескеруге тура келеді. Олардың негізгілерін әр әдіс үшін жеке-жеке қарастырып өтейік. Қозғалыстардың түрлерімен байланысты әдістерді қолданғанда берілген есепті шығару қандай да бір көмекші фигураны салуға келтіріледі. Шығару мүмкіндігі де, шешімдер саны да осы көмекші фигураны салу нәтижелеріне тәуелді болатыны анық. Бірақ көмекші фигураны салудың қажетті және жеткілікті шарттары әрқашан ізделінді фигураны салудың да қажетті және жеткілікті шарттары бола бермейді.

Мысалы-1: «қабырғалары мен қарама-қарсы қабырғаларының орталарын қосатын EF кесіндісі бойынша ABCD төртбұрышын салу» есебін қарастырайық. Төртбұрышты салуды үш көмекші үшбұрыш: MEN, MDF және NCF салуға келтіруге болады және сонымен бірге $\triangle MDF$ үшбұрышын салудан $\triangle NCF$ үшбұрышын салу мүмкіндігі және керісінше шығады (3-сурет). Көмекші үшбұрыштарды салуға қажетті шарттар төртбұрышты салу үшін жеткіліксіз. Мысалы, берілгендердің белгілі таңдауында көмекші үшбұрыштардың бірде-бірін салу мүмкін емес болады, алайда төртбұрыштың (параллелограмм) өзін салуға болады және шексіз көп түрде салуға болады [10, 85-б.]. Мұндай жағдайды $d=b=l$, $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$, $AD=d$, $EF=l$ болғанда ала аламыз.



3-сурет – 1-мысалдың сызбасы

Бұл қосымша үшбұрыштардың бар болуы ізделінді төртбұрышты салу үшін де жеткілікті емес болып табылады.

Мысалы: $a=8\text{см}$, $b=5\text{см}$, $c=12\text{см}$, $d=3\text{см}$, $l=1,5\text{см}$ деп ала отырып барлық көмекші үшбұрышты сала аламыз, бірақ дөңес төртбұрыш емес, қарапайым төртбұрышты да ала алмаймыз. Шешімдер санын есептеу кезінде метрикалық және салу есептері үшін әртүрлі ережелер бар екендігін ескеріп отыру керек. Бірінші түрдегі есепті екінші түрдегі есеппен алмастыру орындалғандығын тексеру қажет. Қандай да бір түрдегі есеп басқа дәл сол түрдегі есептің шешілуіне келтірілсе де, оны шығаруда мұқият болу керек.

Ә) Есептерді геометриялық орындар әдісімен шығару кезінде салынған геометриялық орындардың қанша ортақ нүктелері болса, сонша шешім болады деп есептеу қажет. Бұл тұжырым тек есепте қандай да бір нүктені табу талап етілсе немесе шығарылатын есеп салу есебі болып табылса, онда ізделінді нүктені тапқан соң келесі салу орындалады және ол бірмәнді орындалады. Мысалы: «Үшбұрыш қабырғаларынан бірдей қашықтықта орналасқан нүктені табу» есебінде, есептің шарты бойынша нүктенің орналасуын табу қажет [8, 39-б., 11, 213-б.].

«Берілген түзумен және берілген шеңбермен жанасатын, радиусы берілген шеңбер салу» есебін қарастырайық. Бұл салу есебін шығару қандай да бір нүктені (ізделінді шеңбер центрін) табуға келтіріледі. Бұл есептің шешімін табу – сәйкес геометриялық орындардың

ортақ нүктелерінің бар болуымен қамтамасыз етіледі. Өйткені центрі белгілі, берілген радиусты шеңберді салу әрқашан орындалады және бірімәнді болады, ал шешімдер саны табылған ортақ нүктелер санына сәйкес келеді. Егер геометриялық орындар әдісін метрикалық есептерді шығару үшін қолданылатын болса, онда бұл жағдайда салынған геометриялық орындардың ортақ нүктелерінің саны шешімдер санымен сәйкес келмеуі де мүмкін. Мысалы, «а табаны, m_a медианасы мен h_a биіктігі бойынша үшбұрыш салу» есебін қарастырайық. Бұл есепті геометриялық орындар әдісімен шығарғанда нүктелердің сәйкес геометриялық орындарының ортақ 4 нүктесін алуға болады, бірақ дәл осы есепте барлық алынатын үшбұрыштар өзара тең болып шығатындықтан, тек бір ғана шешім аламыз [12].

Екінші жағынан салынған геометриялық орындардың ортақ нүктелерінің бар болуы әрқашан шешімнің бар екендігін білдірмейді. Геометриялық орындар әдісімен орындалатын көмекші фигураны салуға келтірілетін есептерді шешу кезінде, көмекші фигураны сала отырып бастапқы есептің шешімін ала алмауымыз да мүмкін. Мысалы, «а табаны, А төбесіндегі бұрышы мен бүйір қабырғаларының S қосындысы бойынша үшбұрыш салу». Бұл есептің шешімі геометриялық орындар әдісімен шығарылатын а табаны, берілген бұрыштың жартысына тең қарама-қарсы бұрыш және S бүйір қабырғасы бойынша үшбұрыш салуға келтіріледі. Егер $S \geq a$ деп алсақ, нүктелердің сәйкес геометриялық орындарының ортақ нүктесі болады да, көмекші үшбұрышты сала аламыз, бірақ ізделінді үшбұрышты салу мүмкін емес.

Б) Ұқсас түрлендіру әдісімен шығарылатын салу есептерін зерттеу кезінде кесінділердің қатынасымен байланысты тағы бір ерекшелік пайда болады. Егер бізге мысалы, екі кесіндісінің қатынасы $a:b=m:n$ (m, n – натурал сандар) қатынасы берілсін, онда а және b кесінділерінің ұзындығын еркін түрде берілген қатынасқа сәйкес таңдап аламыз. Ал m, n – кесінділер болса, онда а және b кесінділерінің ұзындығын сәйкесінше km, kn түрінде аламыз, мұндағы k – қандайда бір натурал сан. Сонымен қатар берілген кесінділердің кейбір таңдауында көмекші фигураны салуға болса, ал кейбір таңдауында салуға болмайтындығын да ескеру қажет.

В) Салу есептерін алгебралық әдіспен шығару кезінде кесінділер қандай да бір нақты сандармен, ал оларға қолданылатын амалдар қандай да бір алгебралық өрнектермен алмастырылады. Бірақ мұндағы орнатылған сәйкестік, яғни өзара бір мәнді болады. Сондықтан алынған формула есеп шартын қанағаттандырады ма екендігі алдын-ала зерттеледі.

Фигуралардың тең болуына байланысты алынған шешімдерді теңестіруге тура келеді. Мысалы, «ДиAGONALІ d және периметрі $2p$ бойынша тіктөртбұрыш салу». Тіктөртбұрыштың бір қабырғасын x арқылы белгілеп, $x^2 + (p - x)^2 = d^2$ теңдеуін аламыз. Бұл теңдеуді шешіп

$$x = \frac{p \pm \sqrt{2d^2 - p^2}}{2} \text{ аламыз.}$$

$p > d\sqrt{2}$ болғанда теңдеулердің нақты шешімдері болмайды, $p = d\sqrt{2}$ болса бір шешім, ал $p < d\sqrt{2}$ болғанда екі нақты шешімі болады:

$$x_1 = \frac{p + \sqrt{2d^2 - p^2}}{2} \quad x_2 = \frac{p - \sqrt{2d^2 - p^2}}{2}$$

Бірақ есеп шарты бойынша $x, 0 < x < p$ екі жақты теңсіздігін қанағаттандыруы керек және оны ескере отырып $p > d$ теңсіздігінің орындалуының қажеттілігін көреміз. Осылайша, алгебралық жолмен келесі қорытынды аламыз: $p > d\sqrt{2}$ болса есептің шешімі жоқ; $p = d\sqrt{2}$ - бір шешім, $d < p < d\sqrt{2}$ - екі шешімі; $p \leq d$ есептің шешімі болмайды. Алайда $d < p < d\sqrt{2}$ жағдайында да бір ғана төртбұрыш салуға болады, себебі $x_2 = p - x_1$, яғни белгісіз қабырғаның екінші мәні ізделінді төртбұрыштың екінші қабырғасы болып табылады [13].

Дәл осы жағдаймен алгебралық есептерді шығаруда кездесеміз. Мысалы: «Қандай да бір жұмысты екі жұмысшы біріге отырып 12 күнде бітіре алатын еді. Егер алдымен олардың тек біреуі ғана жұмыс істеп, барлық жұмыстың жартысын бітірген соң оны екінші жұмысшы жалғастырса (алмастырса) онда тапсырма 25 күнде аяқталады. Әр жұмысшы жеке жұмыс істесе, жұмыс қанша күнде орындалып бітетін еді?». Бір жұмысшыға x күнге тең бүкіл тапсырманы орындауға қажет уақытты есептеп, $x_1 = 30$ және $x_2 = 20$ күн екендігін табамыз. Ал есептің бір ғана жауабын аламыз: бірінші жұмысшы 30 күн, ал екіншісіне 20 күн қажет, себебі екінші жауабы: біріншісіне 20, екіншісіне 30 күн қажет деген жауап біріншінің қайталануы болып табылады.

Біз әрқашан дерлік белгілеулер енгізу арқылы белгісіздер ретінде оң сандармен өрнектелетін кесінділер ұзындықтарын аламыз. Бірақ бұл белгісіздің кез келген теріс мәні шешімі болмайтын жағдай ретінде алып тасталуы керек деген сөз емес. Есептерді шығару кезінде біз кесіндінің ұзындығын ғана емес, оның бағытын да ескереміз. Сондықтан алгебралық есептерді зерттеудегі сияқты есеп шарты бойынша ізделінді кесіндіні қарама-қарсы бағытталған немесе нүктеге айналатын басқа кесіндімен ауыстыру мүмкін немесе мүмкін еместігін қарастыру керек.

Г) Есептің шешімі мен зерттеуді жүргізу, қай кесіндіні белгісіз ретінде қабылдауымызға да тәуелді, сондықтан оқушыларға есепті шығару және есеп шешімін зерттеуді жеңілдету үшін қайсы кесіндіні белгісіз ретінде алған тиімді болатындығын айтып отырған дұрыс.

Қорытынды

Қорыта айтқанда, көптеген мектеп оқушылары геометриялық салу есептерін шығаруда әртүрлі қиындықтарға кездеседі. Оқушыларға жалпы сызбаны меңгеру тек салу есептерін шығаруда ғана маңызды емес. Әдістемелік тұрғыдан алғанда арифметикалық есептерді және теңдеу құруға берілген есептерді шығару кезінде де салу есептерін шығарудағы төрт кезеңнің пайдаланылатындығын көреміз. Есептеуге берілген есептерді шығару үдерісінде, оны шығарудың мұндай нақты реті көрсетілмейді. Сонда да, егер бұл үдерістің түбіріне тереңірек үңілер болсақ, мәндері сандық және параметрлік болатын есептеуге берілген есептерді шығарғанда да, осы салу есептерін шығарудың классикалық кезеңдерін ұстанатынын немесе оны ұстану тиімді екендігін аңғарамыз.

Салу есептерін шығарудың кезеңдерін пайдалана отырып, оны қандай әдіспен шығарған тиімді болатындығын анықтауға үйретуге болады. Ол үшін оқушыларды:

- салу есептерін шығарудың арнайы әдістерімен таныстыру;
- берілген есептерді сол әдістердің қайсысымен шығаруға болатынын анықтауды үйрету;
- қандай да бір әдіспен шығарылатын есептердің өзіндік белгілерін ажырата білуге үйрету болады.

Ал осы аталған міндеттерді орындау үшін қажетті материалдарды мектеп оқушыларына түсінікті әрі қызықты етіп баяндай алу, есептерді шығаруда көрсетілген ерекшеліктерді ескере отырып оқыту қажеттігі анықталды.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2020–2025 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы // Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2019 жылғы желтоқсандағы №988 қаулысымен бекітілген. [Электронды ресурс]. URL: <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P1900000988>
2. Негізгі орта білім беру деңгейінің 7–9-сыныптарына арналған «Геометрия» пәнінен үлгілік оқу бағдарламасы // Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрінің 2017 жылғы 25 қазандағы № 545 бұйрығымен бекітілген. [Электронды ресурс]. URL: https://ziatker.kz/docx/negizgi_orta_bilim_beru_denggeiining_7_9_synypтарына_arnalghan_geometriya_paninen_ulgilik_oqu_bagdarlamasy_289.html

3. Білім берудің барлық деңгейінің мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарттары // Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрінің 2018 жылғы 31 қазандағы № 604 бұйрығымен бекітілген. [Электронды ресурс]. URL: <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V1800017669>
4. Әбілқасымова А.Е., Ардабаева А.К. Орта мектептегі геометриялық білім беру мазмұнының кейбір аспектілері // ПМУ хабаршысы, Педагогикалық сериясы. – 2020. – №2. – Б. 27–37.
5. Шыныбеков Ә.Н., Шыныбеков Д.Ә., Жұмабаев Р.Н. Геометрия. – Алматы: Атамұра, 2019. – 176 б.
6. Смирнов В.А., Тұяқов Е.А. Геометрия. – Алматы: Мектеп, 2019. – 185 б.
7. Солтан Г.Н., Солтан А.Е., Жумадилова А.Ж. Геометрия. – Кокшетау: Геометрия, 2019. – 239 б.
8. Мазаник А.А. Задачи на построение по геометрии. – Минск: Издательство «Народная Асвета», 1967. – 142 с.
9. Жумагалиева А.Е., Есетов Е.Н. Салу есептерін деңгейлеп оқыту технологиясы арқылы шешу әдістемесі // БҚМУ хабаршысы, Педагогикалық сериясы. – 2018. – №4(72). – Б. 139–145.
10. Рахымбек Д., Мадияров Н.К. Геометриялық салу есептері. – Алматы: Эверо, 2015. – 285 б.
11. Отажонов Р.К. Геометрик ясаш методлари. – Тошкент: “Уқитувчи” нашриёти, 1971. – 404 с.
12. Аргунов Б.И., Балк М.Б. Элементарная геометрия. – Москва: Просвещение, 1966. – 368 с.
13. Жүнісов Т.А. Планиметриялық салу есептерін шығару әдістері. – Алматы: Білім, 1998. – 94 б.

REFERENCES

1. Qazaqstan Respublikasynda bilim berudi jane gylymdy damytudyn 2020–2025 jyldarga arналған мемлекеттік бағдарламасы // Qazaqstan Respublikasy Ukimetinин 2019 жылғы желтоқсандағы №988 қаулысымен бекітілген. [Elektronды resurs]. URL: <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P1900000988> [in Kazakh]
2. Negizgi orta bilim beru dengeiinin 7–9-synypтарына арналған «Geometriia» paninen ulgilik oqu бағдарламасы // Qazaqstan Respublikasy Bilim jane gylym ministrinin 2017 жылғы 25 қазандағы №545 бұйрығымен бекітілген. [Elektronды resurs]. URL: https://ziatek.kz/docx/negizgi_orta_bilim_beru_dengeiining_7_9_synypтарына_арналған_geometriya_paninen_ulgilik_oqu_bағдарламасы_289.html [in Kazakh]
3. Bilim berudin barlyq dengeiinin мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарттары // Qazaqstan Respublikasy Bilim jane gylym ministrinin 2018 жылғы 31 қазандағы №604 бұйрығымен бекітілген. [Elektronды resurs]. URL: <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V1800017669> [in Kazakh]
4. Abilqasymova A.E., Ardabaeva A.K. Oрта mekteptegi geometriialyq bilim beru mazmunynyn keibir aspektileri [Some aspects of the content of geometric education in high school] // PMU habarshysy, Pedagogikalыq seriiasy. – 2020. – №2. – B. 27–37. [in Kazakh]
5. Shynybekov A.N., Shynybekov D.A., Jumabaev R.N. Geometriia [Geometry]. – Almaty: Atamura, 2019. – 176 b. [in Kazakh]
6. Smirnov V.A., Tuiaqov E.A. Geometriia [Geometry]. – Almaty: Mektep, 2019. – 185 b. [in Kazakh]
7. Soltan G.N., Soltan A.E., Jumadilova A.J. Geometriia [Geometry]. – Kokshetau: Geometriia, 2019. – 239 b. [in Kazakh]
8. Mazanik A.A. Zadachi na postroenie po geometrii [Geometry building tasks]. – Minsk: Izdatelstvo «Narodnaia Asveta», 1967. – 142 s. [in Russian]
9. Jumagalieva A.E., Esetov E.N. Salu esepтерin dengeilep oqytu tehnologiiasy arqyly sheshu adistemesi [Methods of solving construction problems using the technology of tiered learning] // BQMU habarshysy, Pedagogikalыq seriiasy. – 2018. – №4(72). – B. 139–145. [in Kazakh]
10. Rahymbek D., Madiarov N.K. Geometriialyq salu esepтері [Geometric construction problems]. – Almaty: Evero, 2015. – 285 b. [in Kazakh]
11. Otazhonov R.K. Geometrik iasash metodlari [Geometric construction methods]. – Toshkent: «Uqituvchi» nashrioti, 1971. – 404 s. [in Uzbek]
12. Argunov B.I., Balk M.B. Elementarnaia geometriia [Geometric constructions performed in the plane]. – Moskva: Prosveshenie, 1966. – 368 s. [in Russian]
13. Junisov T.A. Planimetriialyq salu esepтерin shygaru adisteri [Methods for solving planimetric construction problems]. – Almaty: Bilim, 1998. – 94 b. [in Kazakh]